

TALLER DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: DESARROLLANDO HABILIDADES EN MATEMÁTICA

Reyes, C.^a, Perdomo-Díaz, J.^b, Felmer, P.^c, Espinoza, C.^d y Peri, A.^e,

^aCentro de Modelamiento Matemático (CMM) de la Universidad de Chile, ^bCentro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE) de la Universidad de Chile.

Resumen

El taller Resolución de Problemas en Acción busca proveer de una experiencia colectiva, práctica y replicable de resolución de problemas a sus participantes, además de dar la oportunidad de una discusión acerca de la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática escolar y la importancia que ha adquirido la resolución de problemas en el nuevo currículo. Este taller en su versión corriente tiene una extensión de 5 horas y se realiza usualmente un día sábado con la participación de un número profesores que va de 21 hasta 120. En esta oportunidad se propone una versión reducida de 90 minutos para 42 participantes.

Palabras clave: Resolución de Problemas, Desarrollo Profesional, Habilidades

INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas (RP) se encuentra en el centro de la actividad profesional de los matemáticos, quienes en su afán de conocer el mundo crean modelos abstractos de la realidad, estudian las componentes de estos modelos y las relaciones entre ellas. En esta tarea creativa, los matemáticos se plantean interrogantes o problemas que cautivan su interés y ellos vuelcan su energía para resolverlos, buscan estrategias y trabajan hasta que logran resolverlos, comprendiéndolos en su cabalidad. Esta actividad de los matemáticos, la RP, hace su aparición en el curriculum nacional hace ya varios años, pero es elevada a la categoría de habilidad, distinguida claramente de los contenidos en las bases curriculares de 2012, poniendo una serie de desafíos a todo el sistema escolar, en particular a los programas de formación docente, a los docentes en formación y también a los docentes en ejercicio. Es así como surge la necesidad imperiosa de desarrollar esta habilidad en los actuales y futuros docentes, para lo cual se diseñan cursos que privilegian el hacer y el reflexionar, desarrollando la capacidad de resolución de problemas, la cual está inmediateamente relacionada con las capacidades de argumentación, comunicación y modelamiento en los docentes. Además de desarrollar las habilidades y capacidades estos cursos fomentan la autonomía de razonamiento matemático a través del uso sistemático de preguntas, la reflexión sobre las concepciones de la matemática y de su enseñanza, y sobre las emociones a la hora de enfrentarse a problemas y resolverlos.

MARCO TEÓRICO

En la actualidad, la resolución de problemas es un elemento indispensable en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (Kilpatrick et al., 2009; Niss, 2002), que ofrece al estudiante oportunidades para establecer conexiones razonadas entre distintos elementos matemáticos y promueve que desarrolle habilidades como examinar, representar, aplicar y la oportunidad de utilizar procesos asociados al pensamiento matemático avanzado como abstraer, analizar, conjeturar, generalizar o sintetizar (NCTM, 2000). La forma en que los profesores e investigadores enfocan la propuesta de utilizar la RP para promover el aprendizaje no es común para toda la comunidad educativa y depende fuertemente de la concepción que se tenga acerca de qué es un problema y qué significa resolverlo.

Entendemos que el término “problema” no es una propiedad inherente a una actividad matemática sino que depende del tipo de interacción que se produzca entre la actividad y la persona que intenta resolverla, sin restringirse a una dificultad de tipo operacional intrínseca. De esta forma, que una actividad sea o no un problema está relacionado con la dificultad que la actividad entrañe para la persona que trata de resolverla (Santos-Trigo, 2007). En este sentido, “La resolución de problemas es un proceso complejo que requiere que un individuo coordine sus experiencias previas, su conocimiento, su comprensión y su intuición para satisfacer las demandas de una situación nueva” (Kaur y Yeap, 2009, p. 308). Así, la forma en que una persona se enfrente a la RP dependerá de sus conocimientos matemáticos, heurísticas, metacognición, su sistema de creencias y las prácticas educativas en las que haya participado (Schoenfeld, 1985). Esta complejidad de la RP se ha, en algunos casos, trivializado a seguir unos pasos en forma algorítmica y lineal, debido a una lectura prescriptiva de los trabajos de Polya.

Las ideas de Polya y sus famosos cuatro pasos para resolver un problema se redujeron a tal punto que se consideraron “el modelo” o “la receta” para resolver problemas o enseñar a resolverlos, ver Kilpatrick (1987) y Santos-Trigo (2007). Esta idea de repetir para resolver problemas hace olvidar que Polya, entendía que en el centro de la capacidad para enseñar resolución de problemas debe estar la experiencia de resolver problemas y no solo la mecanización de su método (Polya 1966, citado por Kilpatrick, 1987): Hay problemas y problemas, y toda clase de diferencias entre problemas. Pero la diferencia más importante para el profesor es entre problema ‘rutinario’ y ‘no rutinario’. El problema no rutinario demanda del estudiante algún grado de creatividad y originalidad, el problema rutinario no... Yo no voy a explicar que es un problema matemático no rutinario: si tu nunca has resuelto uno, si tu no has experimentado la tensión y triunfo del descubrimiento, y si, no has observado tal tensión y triunfo en uno de tus estudiantes, búscate otro trabajo y deja de enseñar matemáticas. La importancia de la experiencia que debe tener un docente para enseñar resolución de problemas ha sido también enfatizada por otros autores. Mason (1992) señala cómo los materiales o guías “a prueba de profesores” no han tenido éxito en la enseñanza de la matemática, que es necesario haber luchado con un problema para apreciar la dificultad que un estudiante puede tener con un problema, que para desarrollar el ser matemático de un estudiante es necesario desarrollar el propio.

Existe evidencia de que los estudiantes en Chile tienen un bajo rendimiento en matemática, lo cual incluye pero no se limita a RP, esto lo indican pruebas internacionales como PISA y TIMSS y la prueba nacional SIMCE. Esto está asociado a un problema más específico: una formación inicial que no provee a los docentes de los conocimientos y habilidades matemáticas y el conocimiento pedagógico de la matemática necesarios para lograr un aprendizaje en los estudiantes, acorde a las necesidades actuales y que están recogidas en el currículo nacional. Esta formación matemática inicial inadecuada no parece ser remediada en los cursos de desarrollo profesional que ofrece el sistema, los que si bien entregan conocimientos, a menudo son teóricos y si son prácticos no se entregan de la forma y en la intensidad necesaria para modificar las prácticas docentes. Además de lo anterior se presenta un nuevo escenario creado por el currículo nacional, ya expresado en el ajuste de 2009, pero enfatizado de manera explícita en las Bases Curriculares de 2012, que plantea el desarrollo de las habilidades matemáticas en los estudiantes en conjunto con los contenidos matemáticos.

Es a raíz de lo anterior que nace la iniciativa ARPA, la cual busca ofrecer cursos de desarrollo profesional efectivos, que provean a los docentes las habilidades matemáticas del currículo, centradas en la resolución de problemas, que signifiquen un cambio en su percepción de la matemática y de su aprendizaje, y que produzcan un cambio consecuente en su acción en el aula. ARPA propone una Estrategia de Desarrollo Profesional centrada en las Habilidades Matemáticas con una fuerte componente en el trabajo y en la reflexión entre pares, constituida por tres talleres:

Resolución de Problemas en Acción (RPAcción - 5 horas en un día). Cursos de Verano (RPVerano - 25 horas en 5 días). Resolución de Problemas para el Aula (RPAula - 30 horas en un año).

Metodología y propuesta del taller

En esta oportunidad presentaremos y analizaremos un taller RPAcción, el cual tiene como objetivo proveer de una experiencia colectiva de resolución de problemas y dar la oportunidad de una discusión acerca de la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática escolar y la importancia que ha adquirido la resolución de problemas en el nuevo currículo, cómo trabajar esta habilidad en el aula, distintas estrategias para solucionar problemas y las emociones que surgen en RP. Es un seminario de 5 horas de duración, que se realiza usualmente un día sábado con la participación de un número profesores que puede ir desde 21 a 120.

El taller de 5 horas está pensado para profesores en ejercicio, aunque en oportunidades es realizado para profesores en formación, estos pueden ser tanto de enseñanza básica sin mención, básica con mención como de enseñanza media. En sí el taller consta de dos módulos muy diferentes entre sí, los cuales serán llamados: “trabajo en grupos” y “plenarias”. Además, está diseñado para ser una actividad donde el participante experimente en primera persona la resolución de problemas y se vea desafiado por los problemas que se le proponen, donde además debe poner en juego sus habilidades matemáticas de resolución de problemas, argumentar y comunicar, modelar y representar, además de su conocimiento matemático.

La actividad comienza agrupando a los participantes en grupos de tres formados al azar. A cada grupo se le entregan tres copias de un problema (una para cada integrante del grupo) impreso a una plana. El grupo debe solucionar el problema, para lo cual debe valerse de todas sus capacidades, habilidades y estrategias disponibles. Si el grupo tiene dudas debe llamar al monitor quien interactúa con el grupo sólo con preguntas. Una vez el grupo está totalmente de acuerdo de la solución, llama al monitor el cual otra vez interactúa con el grupo, esta vez al igual que en la anterior, la forma de relacionarse con el grupo será sólo con preguntas, pero a diferencia de la anterior, ante la respuesta del grupo el monitor puede optar por darles una simplificación o extensión del problema, dependiendo de la solución y rapidez de trabajo mostradas. Además, el monitor puede decidir entregar un nuevo problema si entiende que este fue solucionado en profundidad y comprendido por todos los integrantes del grupo.

El trabajo en grupos ocupa la mayor parte del tiempo del taller, sin embargo existe una segunda instancia tan importante como la de resolver problemas. Esta instancia es donde se produce la discusión y puesta en común de las ideas desarrolladas y tratadas durante el taller, esta instancia es llamada plenaria.

Durante el taller se realizan dos plenarias las cuales tienen distinto foco; la primera tiene foco en las estrategias utilizadas para resolver un mismo problema y es el monitor quien guía la discusión para que salga la mayor cantidad de estrategias diferentes, donde debe quedar en claro que todas son igualmente válidas y no hay una por sobre otras. El problema que se comenta es seleccionado por el monitor debido a que él está al tanto de las soluciones y estrategias utilizadas por los grupos, de esta forma se alcanza una discusión profunda y con alta participación. Además, en esta plenaria se forma una segunda discusión donde el foco está puesto en las emociones experimentadas por los participantes durante la resolución de problemas, La segunda plenaria, que se realiza en los últimos treinta minutos de taller, pone el foco en que los participantes se hagan conscientes de lo que ocurrió en el taller, en cuanto a los siguientes puntos: metodología de trabajo, implementación y qué es un problema.

En SOCHIEM realizaremos una versión reducida del taller RPAcción, de 90 minutos, la cual busca proveer de una experiencia colectiva de resolución de problemas. Los asistentes al taller trabajaran en grupos de 3 personas resolviendo problemas durante 70 minutos, continuando luego con una

plenaria de aproximadamente 20 minutos, de grupo completo, enfocada principalmente en mostrar, compartir y discutir las estrategias utilizadas por los grupos.

Dinámica de trabajo durante la resolución de problemas

Para describir el trabajo en RP mostraremos a modo de ejemplo un problema utilizado en los talleres de RPAcción. El problema es tal que permite que todos los grupos o participantes puedan resolverlos, al menos la versión original o inicial del problema y una versión con extensiones.

Problema: Los cuadrados

¿Cuántos cuadrados puede identificar en la Figura 1?

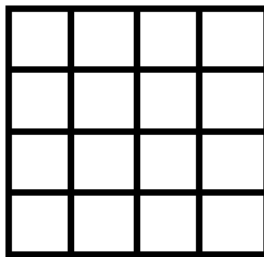


Figura 1. Cuadrado de 4x4

Dado que los participantes solo llaman al monitor cuando tienen dudas o ya han solucionado el problema, presentaremos ejemplos de cómo interacciona el monitor con los participantes en estas dos instancias.

Grupos tienen dudas:

- No entienden el problema: si un grupo no entiende de qué se trata el problema o no encuentra el desafío, se realizan preguntas sobre aspectos específicos del problema, por ejemplo; ¿me puedes indicar un cuadrado de 2x2?
- Si el grupo entendió el problema pero no logra avanzar: esto puede suceder porque cometieron un error, o interpretado mal algún aspecto del problema. Esencialmente hay que promover la discusión en el grupo y realizar preguntas que hagan evidente el error u orientar con pistas que les permitan a los participantes darse cuenta de cómo seguir, no imponiendo ninguna estrategia o método. Por ejemplo; ¿Cómo los contaron? ¿Cuántos cuadrado de 1x1 contabilizaron? ¿Y de 2x2?
- Simplificación del problema: Son preguntas que permiten simplificar el problema original, por ejemplo: Si el cuadrado fuera de 3x3 ¿Cuántos cuadrados podrías identificar?

Grupo terminó el problema: En general cuando el grupo ha terminado, el integrante que mejor entiende el problema es quién querrá explicarlo. Para hacer enfático que el problema se considera resuelto cuando todos los integrantes del grupo son capaces de explicar cómo se resolvió o como lo resolvieron sus compañeros, el monitor evalúa rápidamente la situación a modo de no dejar que explique quién más interesado está en hacerlo sino por el contrario el participante que se ve aparentemente más desconectado o distraído del grupo. ¿Están seguros? ¿Por qué? ¿Me lo puedes explicar tú José?

Cuando el grupo llega a la solución correcta:

- Extensiones del problema: Son en general preguntas que permiten ampliar el problema original, haciéndolo más complejo. Este tipo de preguntas están enfocadas a grupos que encontraron la solución mayoritariamente sin gran dificultad, lo que permite identificar que están capacitados para continuar trabajando el problema ampliando la dificultad, como por

ejemplo: ¿Si ahora la figura fuera de 5x5? ¿Y de 8x8? ¿Y si fuera un cuadrado de 100x100?. Con cada pregunta se busca ver si se generó una estrategia de conteo de cuadrados, donde en el caso del cuadrado de 4x4 una forma contar los cuadrados de manera ordenada es diferenciarlos por sus dimensiones, donde los cuadrados de dimensión 4x4 son 1, de 3x3 son 4, de 2x2 son 9 y de 1x1 son 16. Así el total de cuadrados son $1+4+9+16$, lo que también podríamos expresar como $1^2+2^2+3^2+4^2$, lo que es igual a 30. En el caso del cuadrado de 5x5 el número de cuadrados es equivalente a la suma de los cuadrados de 1 hasta 5, es decir, $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2$, lo cual es igual 55.

- Otra posible Ampliación es preguntar por la cantidad de rectángulos que hay en la figura.
- La última alternativa, cuando el problema está totalmente resuelto o cuando el monitor lo considera adecuado es entregar un nuevo problema.

Cuando un grupo llegó a una solución incorrecta: Si el problema fue resuelto de manera errada, el monitor realiza una pregunta para que el grupo, por sí mismo se de cuenta de su error. Por ejemplo: su respuesta es 10 porque no contabilizaron los cuadrados de 2x2. El monitor solicitaría que le muestren los cuadrados y preguntaría ¿podrían identificar algún cuadrado de 2x2? o mostraría en la figura un cuadrado de 2x2 preguntando ¿y esto es un cuadrado?

Referencias

- Kaur, B. y Yeap, B. H. (2009). *Mathematical Problem Solving in Singapore Schools. Mathematical Problem Solving. Yearbook, 2009, Association of Mathematics Educators, cap. 1. World Scientific Printers: Singapur.*
- Kilpatrick, J. *Problem Solving in Mathematics. School Science and Mathematics, 78, 189-192, 1978.*
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Eds.) (2009). *The Strands of Mathematical Proficiency. Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics (7th ed.) (pp. 115-155). Washington, DC: National Academy Press.*
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project.* [Descargado de http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf el 26 de agosto de 2012]
- NCTM. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática. España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales*
- Santos-Trigo, M. *Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. ZDM, October 2007, Volume 39, Issue 5-6, pp 523-536.*
- Schoenfeld, Alan 1985, *Mathematical Problem Solving Academic Press, New York.*